**Η διδασκαλία μέσω επίλυσης προβλήματος – Μαθηματικοποίηση**

Ομαδική εργασία στο μάθημα: «Η διδασκαλία μέσω επίλυσης προβλήματος – Μαθηματικοποίηση»

Α.Μ. :

1112202100058

1112202100260

1112202100064 1112201800180

Μέλη ομάδας:

Θεοδωράκης Ιωάννης

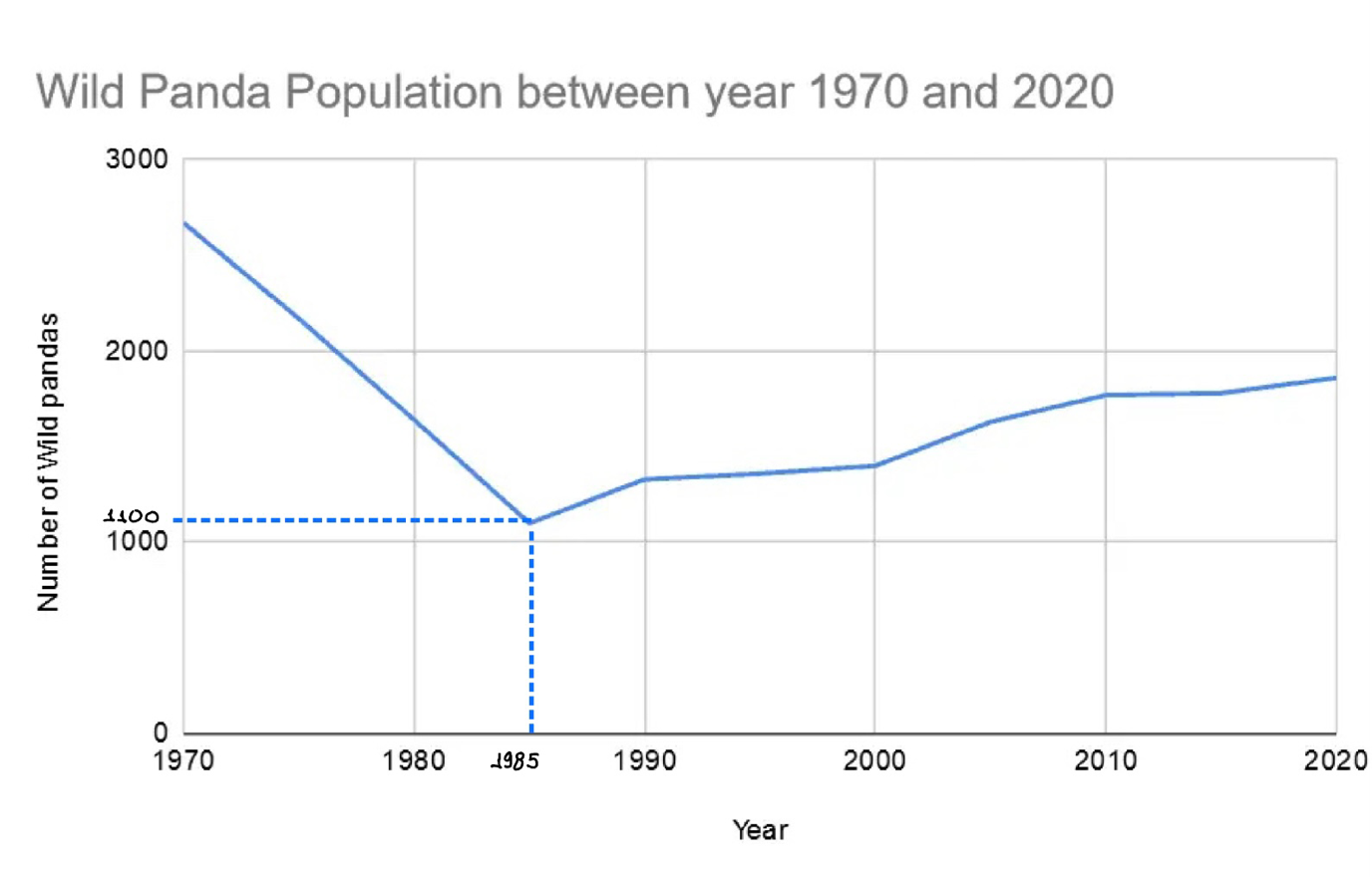
Καλυφόμματος Ανδρέας

Κανέλλης Βλαδίμηρος

Ποθητού Νικολέτα

**Α) Το πρόβλημα:** Η μελέτη της γραφικής παράστασης μιας άγνωστης συνάρτησης.

Στην παρούσα εργασία θα δωθεί στους μαθητές η γραφική παράσταση με τετμημένες τις χρονολογίες από 1970 έως 2020 και τεταγμένες τον πληθυσμό των άγριων panda.

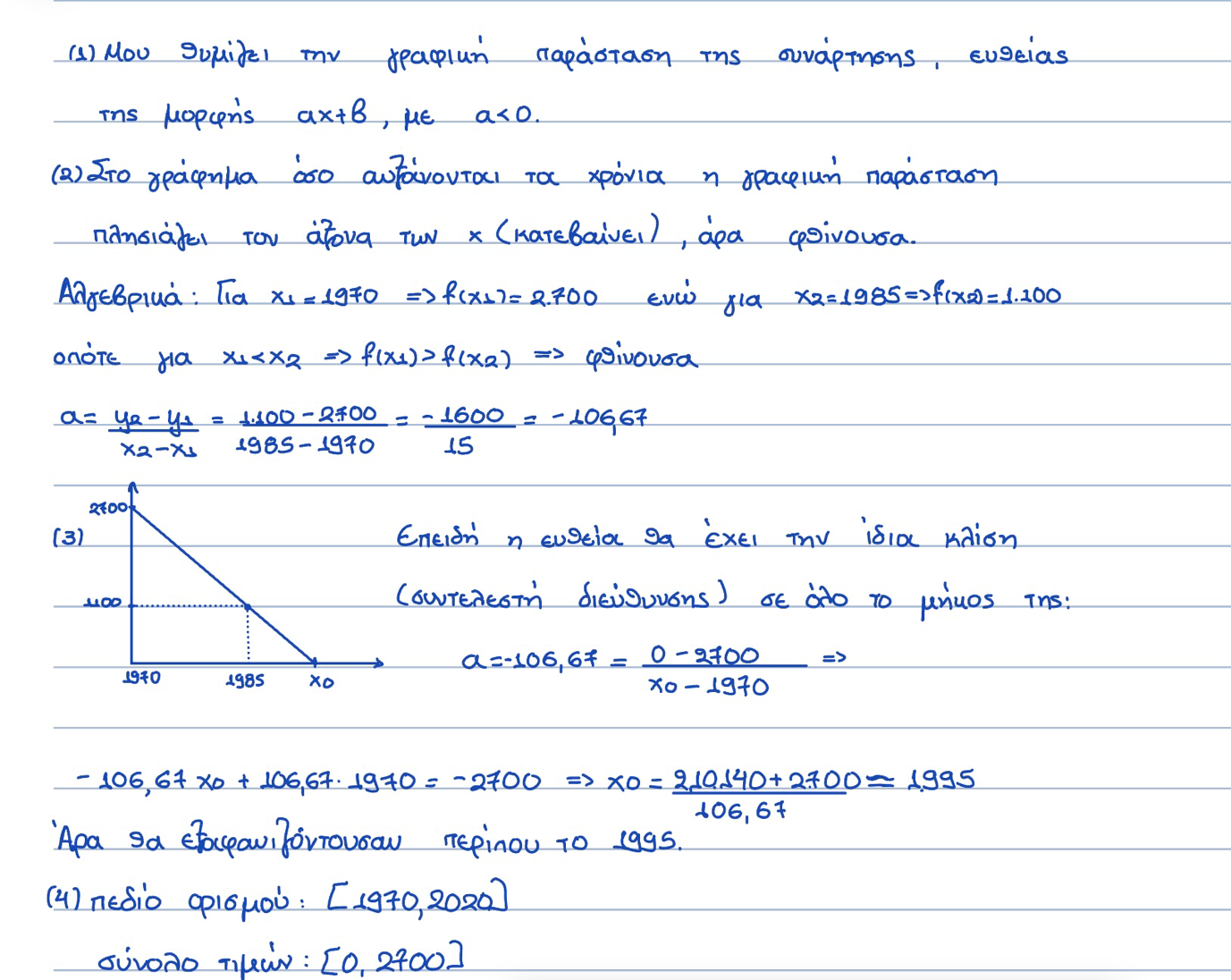




Τα ερωτήματα τα οποία θα τεθούν στους μαθητές είναι τα παρακάτω:

1. Ποιά γραφική παράσταση γνωστής συνάρτησης σας θυμίζει η γραφική παράσταση για τα έτη 1970 έως 1985;
2. Να εκτιμήσετε την μονοτονία γραφικά και αλγεβρικά για τα έτη 1970 έως 1985 να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης.
3. Πότε θα εξαφανιζόντουσαν τα panda αν συνεχιζόταν η μείωση με αυτόν τον ρυθμό;
4. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης σύμφωνα με δεδομένα που παίρνετε από την γραφική παράσταση.

Ενδεικτική λύση:





****



**Β)Περιγραφή του σχεδιασμού του προβλήματος:**

Πρώτα αποφανθήκαμε το περιβαλλοντικό πρόβλημα (τα άγρια panda ως είδος υπό εξαφάνιση) και στην συνέχεια το μαθηματικό αντικείμενο (μελέτη γραφικής παράστασης συνάρτησης). Επιλέξαμε ένα προστατευόμενο είδος το οποίο πλέον δεν είναι υπό εξαφάνιση, με σκοπό η γραφική παράσταση να είναι πιο σύνθετο ως προς την μονοτονία και το συγκεκριμένο παρουσιάζει γωνία, το οποίο κεντρίζει το ενδιαφέρον των μαθητών.

Ο σχεδιασμός του προβλήματος έγινε σε τρία στάδια:

Πρώτα, παρέθεσε ο καθένας τα περιβαλλοντικά προβλήματα που είχε σκεφτεί.

Στην συνέχεια, καταλήξαμε στα προστατευόμενα είδη.

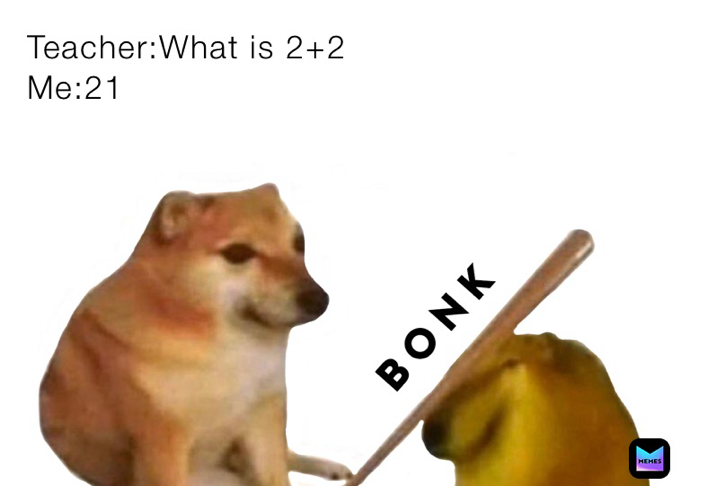
Τέλος, επιλέξαμε τα panda ως ένα είδος το οποίο πλέον βγήκε από τα προστατευόμενα είδη, διότι θέλαμε να δώσουμε μια νότα ελπίδας και η γραφική παράσταση θα είχε μεταβολή στην μονοτονία.

Η δυσκολία που αντιμετώπισε η ομάδα ήταν να βρούμε κατάλληλη γραφική παράσταση που να ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις των ερωτημάτων που θέλαμε να θέσουμε στους μαθητές.

**Γ) Το ζήτημα περιβαλλοντικής φύσης :**

Το ζήτημα περιβαλλοντικής φύσης που επιλέχθηκε, είναι η μεταβολή του πληθυσμού των άγριων panda ανά τα χρόνια σε παγκόσμιο επίπεδο.

Ως μέρος της τροφικής αλυσίδας, τα panda αποτελούν με την σειρά τους αναπόσπαστο κομμάτι της βιοποικιλότητας. Οπότε, αφού το 2016 σταμάτησαν να θεωρούνται είδος υπό εξαφάνιση, θεωρήσαμε σημαντικό να δείξουμε ότι οι προσπάθειες των περιβαλλοντικών οργανώσεων απέδωσαν καρπούς. Δεδομένου του ότι κάποιοι άνθρωποι αγνοούν ή δεν ενημερώνονται και δεν ενημερώνουν και τα παιδία τους για το παρόν ζήτημα, θεωρήσαμε απαραίτητο να ευαισθητοποιήσουμε τους μαθητές για την σημασία της προστασίας των ζώων προς εξαφάνιση, καθώς ο ρόλος του σχολείου δεν είναι αποκλειστικά εκπαιδευτικός αλλά και παιδευτικός.



**Debate – Ερωτήσεις που θα τεθούν και πιθανές απαντήσεις:**

1. Ποια γραφική παράσταση γνωστής συνάρτησης σας θυμίζει η γραφική παράσταση για τα έτη 1970 έως 1985;

Σε αυτό το ερώτημα είναι πιθανό να υπάρχει σύγχυση με το ότι η γραφική παράσταση μεταβάλλεται ή με το ότι κάνει γωνία. Θα μπορούσε κάποιος να απαντήσει την y=x ή την y=ax.

Σε αυτές τις περιπτώσεις ο καθηγητής θα έθετε ερωτήματα του τι σημαίνει να περιέχεται και η σταθερά β στην εξίσωση ή θα σχεδίαζε την y=ax και θα την μετακινούσε κατάλληλα στους άξονες για να υποδείξει τις διαφορές στους τύπους που αναφέρθηκαν

**Δ) Πλαίσιο διδασκαλίας:**

Η παρούσα δραστηριότητα θα λάβει χώρα μετά την παράδοση του κεφαλαίου 6 από την άλγεβρα της α’ λυκείου και συγκεκριμένα μετά την παράγραφο 6.5 (μονοτονία συνάρτησης).

**Διδακτικοί στόχοι:**

* Μέσω του πρώτου ερωτήματος εξετάζεται αν οι μαθητές έχουν κατανοήσει τον τρόπο αναγνώρισης γραφικής παράστασης. Για παράδειγμα στο δικό μας πρόβλημα αφού είναι γραμμική πρέπει να σκεφτούν την μορφή αχ+β.
* Αναζήτηση μονοτονίας (εφαρμογή μεθοδολογίας).
* Εύρεση σημείου τομής με τον άξονα χ’χ (ζητείται με έμμεσο τρόπο).
* Εύρεση πεδίου ορισμού και συνόλου τιμών μέσω της γραφικής παράστασης.

Επειδή η εργασία αφορά ένα μέρος του πεδίου ορισμού, βοηθάει τους μαθητές στο να μπορούν να διαβάσουν και γραφικές παραστάσεις που μεταβάλλεται η μορφή τους. Ουσιαστικά, είναι μια εφαρμογή όσων έχουν μάθει να βρίσκουν με συγκεκριμένες μεθοδολογίες και τύπους αλλά τώρα μπορούν να τα οπτικοποιήσουν και να τα αντιληφθούν στην πράξη, όχι σε ένα απλή γραφική παράσταση συνάρτησης το οποίο είναι σχεδιασμένο για κάποια συγκεκριμένη άσκηση. Το γεγονός ότι οι άξονες δεν ξεκινάνε και οι δύο από το μηδέν για παράδειγμα είναι μια λεπτομέρεια που τους «βγάζει» από την τυποποιημένη μορφή που έχει στις περισσότερες ασκήσεις ο άξονας των χ.

1. Να εκτιμήσετε την μονοτονία, από την δομή της γραφικής παράστασης, και αλγεβρικά για τα έτη 1970 έως 1985 και να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης.

Εδώ ίσως υπάρξει μια αμφιβολία στην απάντηση μερικών μαθητών γιατί μπορεί να δυσκολευτούν να απομονώσουν την σκέψη τους στα έτη που ζητούνται. Δηλαδή, να μην μπορούν να διαβάσουν τη γραφική παράσταση τμηματικά και να την αντιλαμβάνονται σαν σύνολο όποτε η απάντηση να είναι της μορφής: «Δεν είναι ούτε αύξουσα ούτε φθίνουσα» ή «Δεν είναι τίποτα». Επίσης στον υπολογισμό του συντελεστή διεύθυνσης πέρα από υπολογιστικά λάθη, μπορεί να υπάρχουν ενστάσεις στο ότι το αποτέλεσμα του συντελεστή διεύθυνσης βγαίνει αρνητικό.

Αυτή η παρατήρηση δίνει έναυσμα στον καθηγητή να επισημάνει ότι η γενική μορφή γράφεται αχ+β με α<0 ( ότι το “πλήν” δεν είναι του τύπου).

1. Πότε θα εξαφανιστούν τα panda αν συνεχιστεί η μείωση με αυτόν τον ρυθμό;

Εδώ, ίσως κάποιοι μαθητές να επιλέξουν μια διαφορετική «οδό», όπως για παράδειγμα με έναν χάρακα να επεκτείνουν την ευθεία και να βρουν στο σημείο τομής με τον άξονα χ’χ. Αυτή η προσέγγιση έχει με την σειρά της μαθηματική αξία, αφού ο καθηγητής μπορεί να εισάγει την έννοια της γραμμικότητας της συνάρτησης πρώτου βαθμού και να τονίσει ότι στην περίπτωση που το χ ήταν υψωμένο στην δευτέρα, να μην μπορούσε να λειτουργήσει αυτός ο τρόπος καθώς η γραφική παράσταση θα έκανε «καμπύλη». Μια άλλη δυσκολία που μπορεί να αντιμετωπίσουν οι μαθητές είναι η μετάφραση της ερώτησης σε μαθηματικό πρόβλημα, να μην αντιληφθούν δηλαδή ότι πρέπει να βρουν το σημείο τομής με τον άξονα ή ακόμη και να κάνουν αυτόν τον συνειρμό, να δυσκολευτούν στο πως να βρουν αυτό το σημείο τομής, (πχ να μην σκεφτούν να μηδενίσουν το y, ή να μην χρησιμοποιήσουν δεύτερη φορά τον τύπο του συντελεστή διεύθυνσης). Τότε, θα ήταν χρήσιμο ο καθηγητής να τονίσει τι εκφράζει ο κάθε άξονας, (αριθμό panda που είναι εν ζωή και χρονολογιών) για να βοηθήσει στον συλλογισμό των μαθητών και για το σημείο τομής να κάνει την ερώτηση «Πόσος θα είναι ο αριθμός των panda εν ζωή αν εξαφανιστούν όλα;». Η απάντηση που θα λάβει θα είναι «Μηδέν» και τότε θα πει: «Ποιος άξονας εκφράζει τον αριθμό των panda;». Έτσι θα οδηγηθούμε στην απάντηση που ζητείται.

1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης σύμφωνα με δεδομένα που παίρνετε από τη γραφική παράσταση.

Το πιο συχνό λάθος εδώ είναι να μπερδέψουν το πεδίο ορισμού με το σύνολο τιμών και το ανάποδο, τότε μπορεί να γίνει αναφορά στην θεωρία σε μορφή επανάληψης.

Σε κάθε περίπτωση η παραπάνω εφαρμογή, δεν περιορίζεται μόνο σε τυποποιημένη μορφή εξίσωσης και γραφικής παράστασης συνάρτησης, πράγμα το οποίο βοηθάει και τον καθηγητή να καταλάβει αν οι μαθητές κατανόησαν τις έννοιες σε βάθος και δεν τις έχουν απλά αποστηθίσει, αλλά και τους μαθητές να αξιοποιήσουν τις γνώσεις τους σε εφαρμογές τις καθημερινότητας, μιας και οι γραφικές παραστάσεις που βλέπουμε στην καθημερινότητα δεν ξεκινούν πάντα από το σημείο (0,0). Τα ερωτήματα που παρατέθηκαν δεν είναι μόνο εφαρμογή της μεθοδολογίας αλλά υπάρχουν και έμμεσα ερωτήματα αλλά και πιο θεωρητικά (διαισθητικά).

****

**Ε) Βιβλιογραφία/links:**

<https://sustainabilitymattersdaily.com/the-amount-of-wild-pandas-is-increasing/>

(ο πίνακας δεδομένων)

<http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2656/Algebra_A-Lykeiou_html-empl/>

(Βιβλίο άλγεβρας α’ λυκείου)

<https://en.wikipedia.org/wiki/Giant_panda>

(Γενικές πληροφορίες)